

ФРАКТАЛЬНІ ОЗНАКИ РОБОЧОГО ПРОЦЕСУ РІЗАННЯ СТОХАСТИЧНОЇ МУЛЬТИФРАКТАЛЬНОЇ СТРУКТУРИ ҐРУНТУ ГНУЧКОЮ “СТРУНОЮ” ҐРУНТОПОГЛИБЛЮВАЧА

Шелудченко Б., канд. техн. наук, проф.,

<http://orcid.org/0000-0002-8137-0905>, e-mail: sheludchenkobogdan@ukr.net

Сироїд Є.,

<https://orcid.org/0009-0000-6993-7430>, e-mail: syroides@ukr.net

Поліський національний університет

Анотація

Мета – встановлення закономірностей процесу різання стохастичної мультифрактальної структури ґрунту гнучкою «струною» ґрунтопоглиблювача та обґрунтування конструктивних рішень, що забезпечують стабільність робочого процесу на основі аналізу фрактальних характеристик ґрунтового середовища.

Методи. У роботі використано методи математичного та імітаційного моделювання, структурно-функціонального аналізу, теорії фракталів і мультифрактальних каскадів, аналіз показника Хьорста та розмірності Хаусдорфа-Безиковича. Для дослідження взаємодії гнучкої «струни» зі стохастичною мультифрактальною структурою ґрунту розроблено адаптивно трансформовану модель-симулятор, а моделювання виконано із застосуванням програмних пакетів MATLAB, Wavelet Toolbox та FracLab.

Результати. У результаті проведених досліджень вперше встановлено фрактальний характер процесу різання дискретної стохастичної мультифрактальної структури ґрунту гнучкою «струною». Доведено, що основні фрактальні характеристики процесу залишаються стабільними за зміни зовнішніх умов і структурних особливостей ґрунтового середовища. На основі порівняльного аналізу мультифрактального каскаду та регулярних фрактальних кривих встановлено, що геометрія робочого контуру гнучкої «струни» найбільш адекватно описується модифікованою троїчною кривою Коха з фрактальною розмірністю Хаусдорфа-Безиковича $D = 1,25$. Визначено, що забезпечення персистентності процесу різання досягається за умови $H > 0,5$, що характеризує стійкість процесу до випадкових змін структури ґрунту. На підставі отриманих результатів запропоновано конструкцію гнучкого ґрунтопоглиблювача із застосуванням ланцюга класу G80 та механічного демпфера для зниження динамічних навантажень і стабілізації процесу руйнування ґрунту.

Висновки. Проведене дослідження підтвердило доцільність використання фрактального підходу для опису взаємодії робочого органа зі стохастичною мультифрактальною структурою ґрунту. Отримані результати розширюють теоретичні уявлення про механіку процесу різання гнучкою «струною» та можуть бути використані під час проєктування ґрунтообробних машин нового покоління з підвищеною енергоефективністю, стійкістю робочого процесу та покращеними показниками якості обробітку ґрунту.

Ключові слова: стохастичний мультифрактал; процес різання; гнучка струна; ґрунтопоглиблювач; фрактальна розмірність; показник Хьорста; троїчна крива Коха; мультифрактальний каскад.

Вступ. Процес різання гнучкою “струною” зазвичай розглядають як процес різання кромкою надгнучкого леза, ширина полотна якого є сумірною з товщиною цієї кромки [Мазур та ін., 2025]. Розрізняють чотири технологічних типи процесів різання струною. По-перше, електроерозійне різання дротом, яке полягає в електроіскровому ерозійному руйнуванні надтвердих електропровідних матеріалів (метали та карбіди металів) і застосовується в інструментальній промисловості та під час виготовлення деталей турбодвигунів із жароміцних сталей [Веселовська та ін., 2018]. По-друге, абразивне різання сталеву струною з алмазним напиленням, яка, рухаючись з великою швидкістю, імітує різання кромкою напилка під час перерізання гранітних та мармурових блоків, кремнієвих злитків та виконання демонтажу залізобетонних фундаментів, мостових опор, гідротехнічних споруд [Mazur & Vnukov, 2020]. По-третє, термічне різання високомолекулярних термопластичних полімерів використовують в архітектурному моделюванні та будівництві під час розкроювання багатошарових СІП-панелей. Четвертим типом застосування струни як різального інструменту є механічне безвідходне різання м'яких, мазких адгезивних матеріалів здебільшого в харчовій промисловості та кулінарії [Atkins, 2009; Dunn et al., 2007].

Спільна ознака наведених вище технологічних процесів — можливість припущення континуальності (“суцільності”) середовища різання. На відміну від зазначених вище процесів різання гнучкою “струною” обробіток ґрунту гнуч-

ким ґрунтопоглиблювачем лише певною мірою є технологічною адаптацією цих процесів [Глоба та ін., 2022]. Головною відмінністю такого обробітку є те, що замість суцільного середовища різання ґрунт має розглядатись як “коваріантний стохастичний мультифрактал у суворо обмеженому масштабному інтервалі”. Саме стохастичність ґрунту як результат суперпозиції множини фрактальних підсистем зумовлює необхідність дослідження механіки взаємодії гнучкої “струни” з трансверсально-анізотропною структурою ґрунту, яку описують стохастичним мультифракталом.

Аналіз сучасного стану питання. Визначальною конструкційною ознакою гнучкого ґрунтопоглиблювача (рис.1) є петлеподібна гнучка “струна”, контур якої у вільному стані визначено на підставі модельно-симуляційного дослідження [Turchetta et al., 2017], окреслений горизонтальним відображенням ланцюгової лінії, яка перебуває в гравітаційному полі [Dunn et al., 2007].

Відомо, що у випадку прикладення до гнучкої струни, контур якої у вільному стані окреслено ланцюговою лінією (катенарією), вона набуває ознак параболи [Turchetta et al., 2017]. Це перетворення форми контуру гнучкої “струни” з катенарії на параболу пояснюється таким аналітичним порівнянням. Уявімо гнучку “струну”, кінці якої закріплено в точках $(-L, h)$ та (L, h) з найнижчою точкою в $(0,0)$. Рівняння катенарії матиме вигляд:

$$y = a \left(\cosh \left(\frac{x}{a} \right) - 1 \right) \quad (1)$$

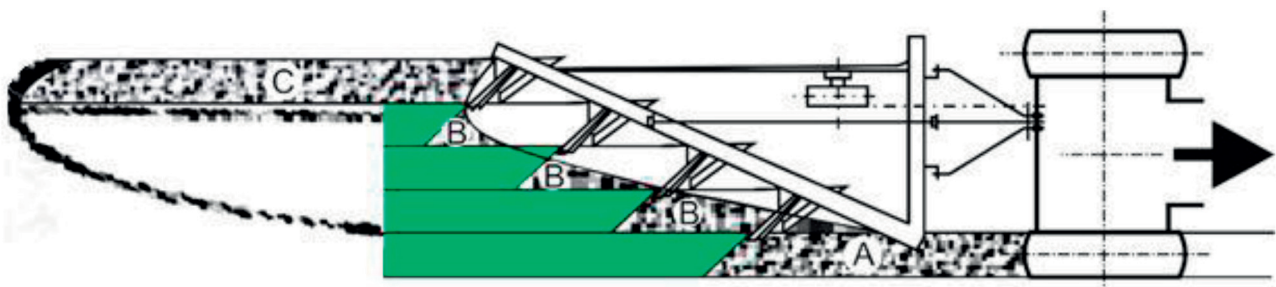


Рисунок 1 – Схема робочого процесу розпушування плужної підшви гнучким ланцюговим ґрунтопоглиблювачем, який агреговано з модернізованим плугом ПЛН-5-35

де параметр a – це відношення горизонтального натягу “струни” H до одиниці її довжини w_{line} : $a=H/w_{line}$.

Рівняння параболи представимо як:

$$y = \frac{x^2}{2a} \quad (2)$$

тут параметр a – це відношення горизонтального натягу “струни” H до ваги на одиницю горизонтальної довжини струни w_{horis} : $a=H/w_{horis}$.

Розкладемо гіперболічний косинус $\cosh(x/a)$ у ряд Тейлора:

$$\cosh\left(\frac{x}{a}\right) = 1 + \frac{(x/a)^2}{2!} + \frac{(x/a)^4}{4!} + \dots \quad (3)$$

Після підстановки в рівняння катенарії (1) отримуємо:

$$y = a \left(\left(1 + \frac{(x)^2}{2a^2} + \frac{(x)^4}{24a^4} + \dots \right) - 1 \right) \approx \frac{x^2}{2a} \quad (4)$$

що і є рівнянням параболи (2).

Наведене вище засвідчує справедливості твердження [Dunn et al., 2007] про перетворення форми контуру гнучкої “струни” з катенарії на параболу у випадку рівномірно розподіленого поперечного навантаження, що відповідає процесу різання гнучкою “струною” суцільного континуального середовища.

Якщо визначити параболічний контур рівномірно навантаженої гнучкої “струни” з натягом T вздовж профіля, яка ріже континуальний матеріал із розподіленим опором q в диференціальній формі, то рівняння рівноваги елемента “струни” ds матиме вигляд:

$$T \frac{d^2 y}{dx^2} = q \quad (5)$$

Проінтегрувавши рівняння (2) з урахуванням (5) отримуємо:

$$y = \frac{q}{2T} x^2 + C_1 x + C_2 \quad (6)$$

У процесі руху “струни” в масиві континуального середовища опір матеріалу q середовища є визначальним параметром горизонтального натягу H , який залиша-

ється стабільним у будь-якій точці “струни” [Turchetta et al., 2017]. При цьому повне зусилля T в довільній точці “струни” відповідно (5) становитиме:

$$T(x) = \sqrt{H^2 + (qx)^2} \quad (7)$$

Загальне горизонтальне зусилля P різання такою “струною”, яке дорівнює тяговому зусиллю гнучкого ґрунтопоглиблювачам (рис.1), буде становити:

$$P = \int_{-L}^L q dx = 2qL \quad (8)$$

Якщо розглядати вектор подачі $\vec{V}$ гнучкої “струни” для реалізації процесу різання вздовж осі Y , то кінематика взаємодії “струни” з матеріалом може бути описана двома фазами.

По-перше – це кінематика процесу різання у вершині параболи $x=0$. У цьому випадку, відповідно до рівняння профілю $y=ax^2$ тангенс кута ковзання α “струни” визначиться як перша похідна $\dot{y}=2ax=0$. Отже, ефект косоного різання повністю відсутній. У цій зоні відбувається чисте локальне зминання матеріалу, нормальні напруження досягають максимуму, а енергія руйнування витрачається неефективно. Ефект гільйотини [Kaczmarczyk, 2020] становить 0 %.

Друга фаза – це різання периферійними крилами “струни”, або галками параболи $x \gg 0$. Кут нахилу дотичної, що визначає ефект гільйотинного різання [Kaczmarczyk, 2020], стрімко зростає. Зокрема, за $x=2$ та $a=0,5$ $\dot{y}=2$, відтак $\alpha=63,4^\circ$, ефект гільйотини, який корелює з коефіцієнтом ковзання струни $\xi=\tan\alpha$, перевищує 89 %. На крилах “струни” матеріал зрізається за рахунок інтенсифікації напружень зсуву.

Загальний характер залежності між горизонтальними координатами “струни” гнучкого ґрунтопоглиблювачам та зусилля P різання масиву суцільного континуального середовища наведено на рисунку 2.

Розглянуті вище закономірності “гільйотинного” різання гнучкою “струною”

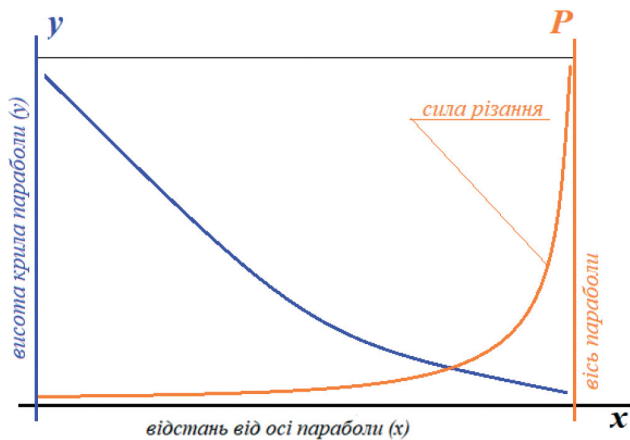


Рисунок 2 – Залежність сили різання P від кривизни y гнучкої “струни”

на відміну від різання жорстким гільйотинним ножом визначають таку основну відмінність динамічної ознаки процесу різання. Гнучка “струна-катенарія” сама налаштовує свій контур під конкретне варіювання опору q суцільного континуального середовища. Якщо опір q зростає, параболічний контур гнучкої “струни” стає крутішим (збільшується прогин параболі), що автоматично призводить до зростання кута різання на гілках параболі і, як наслідок, до зменшення сили різання P . Однак у цьому випадку значно підвищується натяг T у тілі самої “струни”.

Разом з тим необхідно зазначити, що розглянуті вище аналітичні моделі та закономірності різання гнучкою “струною” суцільного континуального середовища не можуть бути цілком екстрапольовані на мультифрактальну структуру ґрунту і потребують суттєвого коригування. Адже мультифрактальна стохастична природа ґрунту вимагає принципово нових підходів, адаптованих до специфіки руйнування такої складної структури гнучкою різальною кромкою з елементами гільйотинного різання.

Постановка завдань. Мета роботи — обґрунтування закономірностей та кількісних ознак процесу руйнування ґрунтового масиву гнучким ґрунтопоглиблювачем на підставі аналізу мультифрактальних характеристик його структури.

Для досягнення задекларованої мети потрібно вирішити такі завдання:

- трансформувати структурно-функціональну схему моделі-симулятора гнучкої “струни” для умов її взаємодії з мультифрактальним середовищем;

- визначити фрактальні розмірності та показники Хьорста для фрактальної конфігурації контуру струни з урахуванням проведених ітерацій;

- встановити показник Хьорста та мультифрактальні характеристики, які визначають фрактальність процесу різання.

Об’єкт роботи — процес руйнування стохастичної мультифрактальної структури ґрунту гнучкою “струною” ґрунтопоглиблювача.

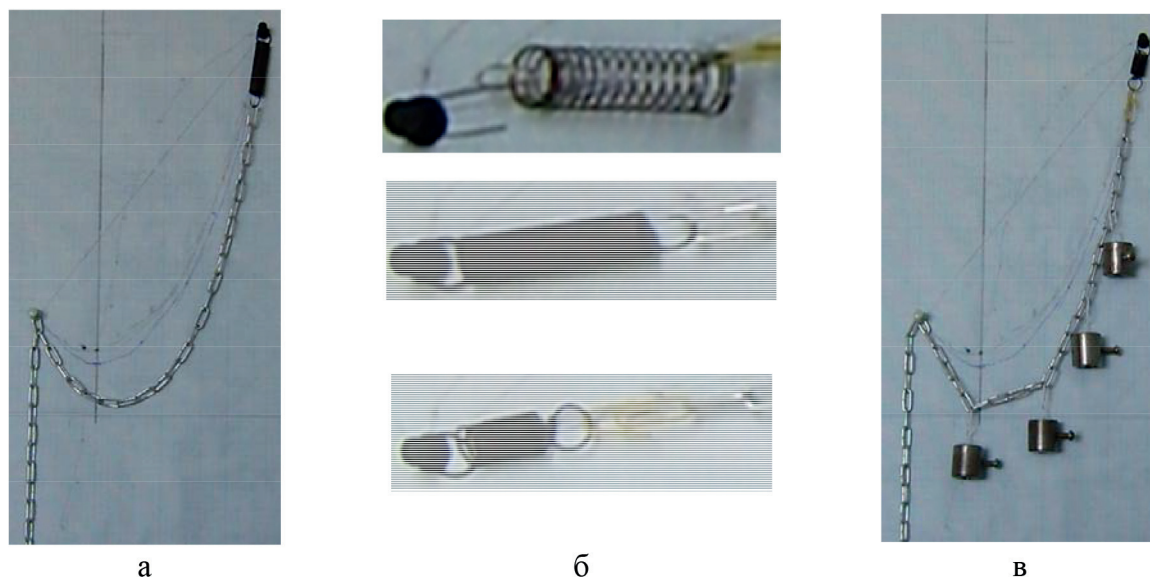
Предмет дослідження — основні фрактальні ознаки процесу різання та гнучкої “струни” ґрунтопоглиблювача (фрактальна розмірність Хаусдорфа-Безиковича D та показник Хьорста H).

Методи та матеріали. Для дослідження взаємодії гнучкої “струни” глибокородушувача зі стохастичною мультифрактальною структурою ґрунту було адаптовано фізичну модель-симулятор ланцюгової лінії [Dunn et al., 2007, Biagini & Nava, 2018] в полі гравітаційних сил (рис.3-а). Зокрема, передбачено установку механічних демпферів різної жорсткості на довшій гілці катенарії (рис.3-б). Для моделювання взаємодії гнучкої “струни” з кластерами густини мультифрактального середовища в точках контакту до моделі-симулятора прикладались зосереджені сили (рис. 3-в).

За результатами дослідження взаємодії моделі-симулятора гнучкої “струни” ґрунтопоглиблювача виконували порівняльну адаптацію мультифрактального каскаду з контуром “струни”. Обирали відповідний профіль регулярної фрактальної кривої за показником розмірності Хаусдорфа-Безиковича D_H або Мінковського D_M [Mandelbrot, 1977; Mandelbrot, 1982]:

$$D_H = D_M = \frac{\ln(N)}{\ln\left(\frac{1}{r}\right)} \quad (9)$$

За показником Хьорста визначали основні фрактальні ознаки процесу різання



а

б

в

а – базова модель з механічним демпфером на довшій гілці катенарії; б – варіанти демпферів різної жорсткості; в – моделювання взаємодії гнучкої “струни” з кластерами мультифракталу ґрунту

Рисунок 3 – Модель-симулятор гнучкої “струни” ґрунтопоглиблювача

гнучкою “струною” ґрунтопоглиблювача стохастичного мультифрактального середовища ґрунту. Показник Хьорста H пов’язаний з розмірністю Хаусдорфа-Безиковича залежністю [Hausdorff, 1918; Besicovitch, 1929; Hurst, 1951):

$$D = n + 1 - H \quad (10)$$

де n – розмірність простору вкладення.

На підставі обчисленого показника H Хьорста, який варіює в межах $[0...1]$ визначали фрактальні ознаки процесу руйнування мультифрактальної структури ґрунту гнучкою “струною” ґрунтопоглиблювача як основної характеристики каскаду довготривалої фрактальної ознаки [Mandelbrot, 1982; Hurst, 1951):

— $H=0,5$ – процес різання є випадковим (класичний стохастичний процес);

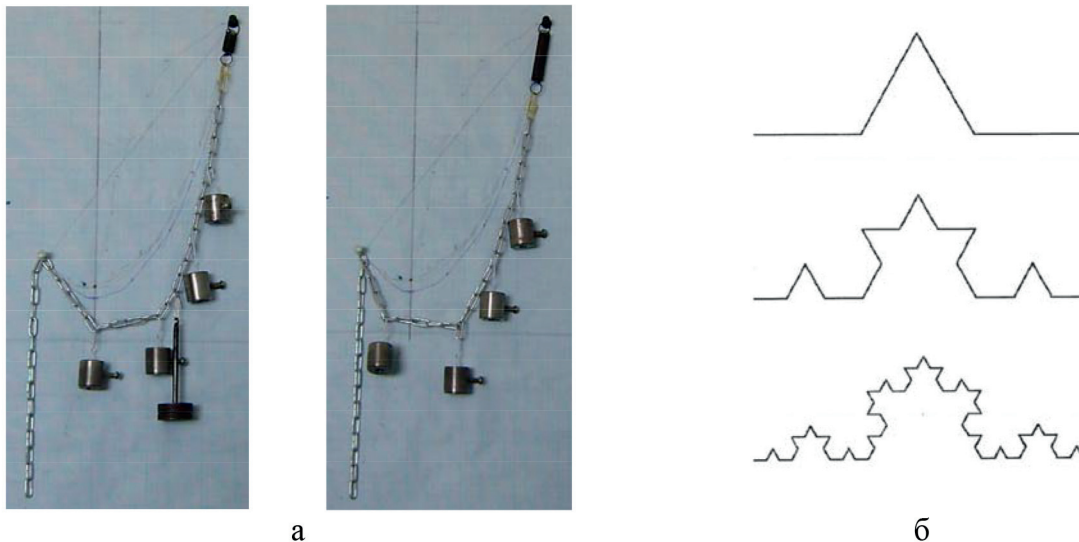
— $H>0,5$ – існує деякий тренд (персистентність процесу), тобто здатність процесу різання зберігати стабільність, зокрема попри зміну зовнішніх умов або фрактальних ознак середовища;

— $H<0,5$ – спостерігається значна варіативність фрактальних ознак процесу різання (антиперсистентність).

Для дослідження та візуалізації моделей мультифрактальних каскадів було використано пакети програмного забезпечення “Wavelet Toolbox” та “FracLab” у середовищі “MATLAB”.

Результати. Якщо середовище різання є дискретним стохастичним мультифракталом, визначальна відмінність процесу різання полягатиме в тому, що опір q середовища буде функцією координат $q(x,y)$ з певною фрактальною розмірністю D , отже, сама “струна” набуває ознак фрактала. Геометрично контур “струни” набуває ознак самоподібного регулярного фракталу, повторюючи фрактальну стохастичність середовища. Перетворення гладкої параболічної “струни” на самоподібну фрактальну криву з генератором, який складено з прямолінійних складових, засвідчено низкою імітаційних експериментів (рис. 4).

Прямі кромки, які згенеровано фрактальністю “струни”, працюють у режимі гільйотинного різання. Замість константи q у рівняння (5) параболи тепер має бути введено стохастичну функцію $q_f(s)$, де s – координата вздовж струни, яка має степеневу залежність від розмірності фракталу D :



а – модель-симулятор гнучкої “струни”, навантаженої зосередженими силами в точках контакту з кластерами фракталу; б – генератор та дві ітерації регулярного фракталу «троїчна крива Коха»
Рисунок 4 – Імітація взаємодії гнучкої “струни” ґрунтопоглиблювача з стохастичною мультифрак-
 тальною структурою ґрунту

$$H \frac{d^2 y}{dx^2} = q_f(s) \quad (11)$$

Наведене рівняння (11) описує “фрактальну нитку”, де зусилля в кожній точці цієї “нитки” характеризується стохастичним процесом з “важкими хвостами” [Blanchard, 2012; Şimşekli, 2025]. Ключова ознака такого процесу — наявність щільних кореляцій, які зумовлюють ефекти самоподібності, що і визначає фрактальність процесу різання гнучкою “струною” ґрунтопоглиблювача стохастичного мультифрактального середовища ґрунту.

Для подальшого аналізу процесу різання гнучкою “струною” ґрунтопоглиблювача стохастичного мультифрактального середовища ґрунту виконано візуалізацію результатів моделювання динаміки мультифрактальних каскадів з фіксованими показниками Хьорста - $H=0,25$, $H=0,5$ та $H=0,75$. Результати візуалізації наведено на рисунку 5.

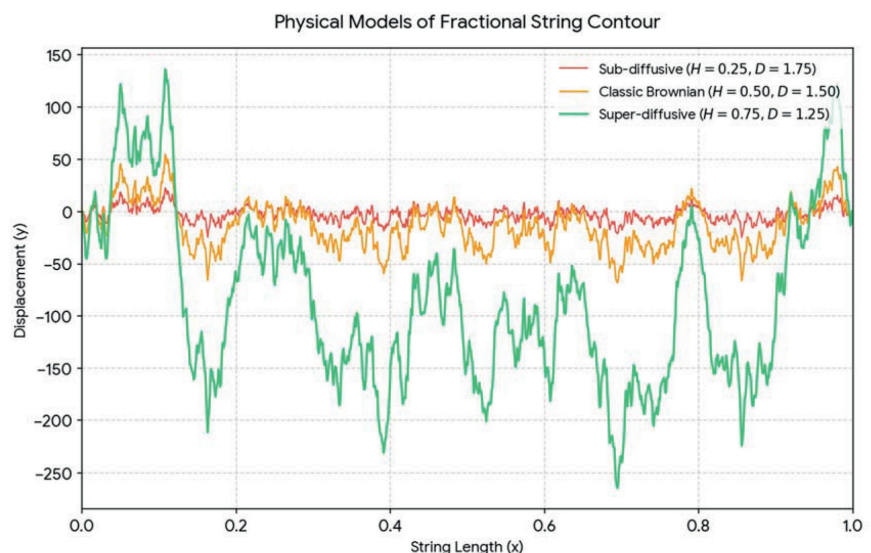
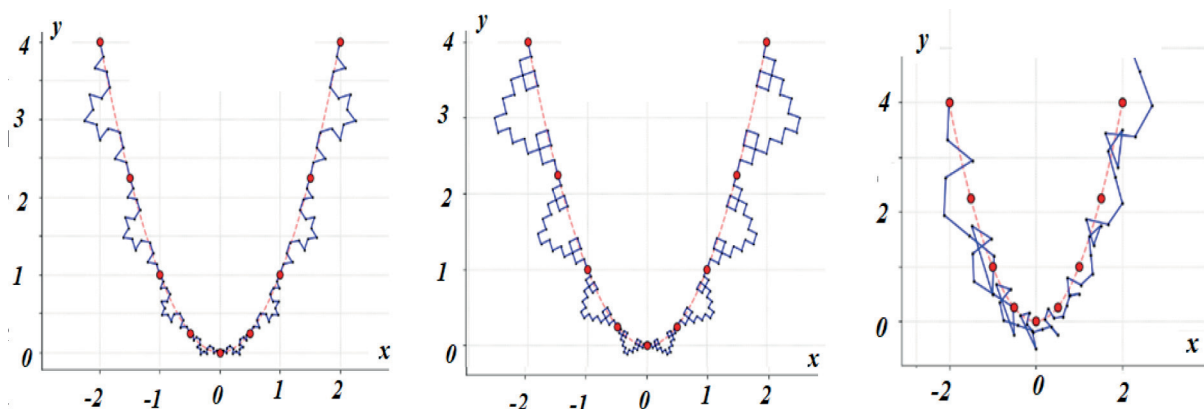


Рисунок 5 – Візуалізація результатів моделювання динаміки мультифрактальних каскадів

Здатність процесу різання зберігати стабільність попри зміну зовнішніх умов або мультифрактальних ознак ґрунту спостерігається за умови, що показник Хьорста $H > 0,5$. У цьому випадку $H=0,75$ (зелена “нитка” на рис. 5) домінують внутрішні сили натягу гнучкої “струни”, які прагнуть загасити коливання процесу різання.

Фрактальна розмірність Хаусдорфа-Безиковича визначається показником про-



а – трійчна крива Коха; б – крива Мінковського; крива Пеано-Госпера

Рисунок 6 – Регулярні фрактальні криві 2-ї ітерації

цесу Хьорста $H=0,75$ і становить $D=1,25$. Фрактальна структура гнучкої “струни”, яка підрізає шар “плужної підшви” ґрунту, виконувалась на підставі порівняльного оцінювання параболічного контуру “струни” трьома регулярними фракталами 2-ї ітерації: трійчною кривою Коха $D=1,2618$, кривою Мінковського $D=1,4600$ та кривою Пеано-Госпера $D=1,1292$ (рис.6).

Порівняння результатів дослідження динаміки мультифрактального каскаду процесу різання $D=1,25$ ґрунтового середовища (рис. 5) з характерними ознаками фрактальних кривих контуру гнучкої “струни” (рис. 6) визначає, що найменшого рівня коригування фрактальної розмірності D потребує трійчна крива Коха $D=1,2618$. Для зниження розмірності Хаусдорфа-Безиковича з $D=1,2618=\ln 4/\ln 3$ до $D=1,25$ необхідно змінити геометрію “генератора” фрактала Коха (рис. 4б). Для розмірності $D=1,25$ кожен із 4-х нових відрізків “генератора” повинен мати коефіцієнт масштабування $r \approx 0,3299$ відносно початкової довжини лінії “генератора” замість стандартного значення $r=1/3 \approx 0,3333$. При цьому кут нахилу зубця “генератора” зменшується з 60° до $58,95^\circ$. Відповідно скоригований контур гнучкої “струни” ґрунтопоглиблювача окреслений трійчною кривою Коха з $D=1,25$ та обмежений опорними точками

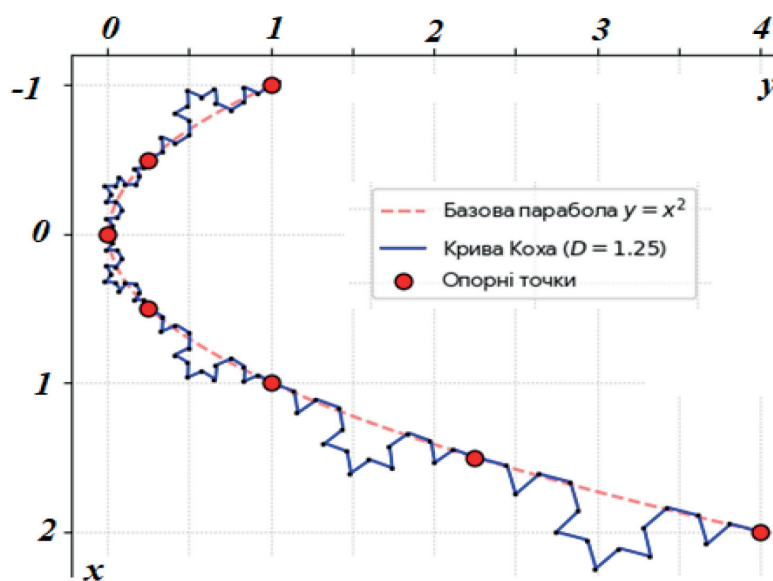


Рисунок 7 – Фрактальний контур гнучкої “струни” ґрунтопоглиблювача $D=1,25$

відповідно до конструкційної схеми ґрунтопоглиблювача (рис. 1) представлено на рисунку 7.

Каскадна мультифрактальність процесу різання ґрунту визначає певну самоподібність контуру гнучкої “струни” ґрунтопоглиблювача. Виникає вібрація “струни”, частота якої сумірна з каскадною частотою процесу різання. Виникає ефект зворотного удару, що не лише порушує стабільність процесу різання, а й значно підвищує рівень зусилля T у довільній точці “струни”, відповідно до рівняння (5). Для запобігання зворотного удару в контурі гнучкої “струни” ґрунтопоглиблювача передбачено установку механічного демпфера в точці кріплення довгого плеча параболічного контуру “струни” (рис. 8).

Усереднена жорсткість такого демпфера має обиратись з розрахунку:

$$k = \frac{T}{\Delta x} = \frac{a(0,3 \dots 0,5)nQ}{\Delta x} \quad (12)$$

де k – коефіцієнт жорсткості механічного демпфера, Н/м;

T – сила, яка діє на демпфер, Н;

Δx – деформація демпфера, м;

a – ширина захвату глибокорозпушувача, м;

Q – сила тягового опору одного корпусу плуга, Н;

n – кількість корпусів плуга.



а



б

а – загальний вигляд компоновки вузла установки демпфера,
б – пружний поглинач зворотного удару на стовбі переднього плужного корпусу

Рисунок 8 – Пружний поглинач зворотного удару в контурі гнучкої “струни” ґрунтопоглиблювача

Симуляція взаємодії фізичного аналога гнучкої “струни” ґрунтопоглиблювача з точковими імітаторами кластерів високої густини мультифрактального середовища у вигляді зосереджених сил дала змогу встановити реакцію фрактальних ознак контуру “струни” (рис. 9). Зокрема встановлено, що збільшення коефіцієнта k жорсткості демпфера (рис. 9а) не зумовлює суттєвої зміни геометричних ознак контуру “струни” за її взаємодії з розосередженими вздовж “струни” кластерами фракталу середовища. Зростання величини фронтальної сили, яку прикладено до довгої гілки гнучкої “струни” ґрунтопоглиблювача, абсолютно не змінює контур

“струни”, що свідчить про стабільність ефекту “гільйотинного різання” вздовж всієї гілки гнучкого леза (“струни”) ґрунтопоглиблювача за винятком малої «околиці» у вершині контуру (рис. 9б).

Враховуючи, що конструкційно гілки гнучкої “струни” мають різну довжину (довжина лівого плеча L_1 менша за довжину правого плеча L_2), власні частоти f_i коливань цих ділянок “струни” різні:

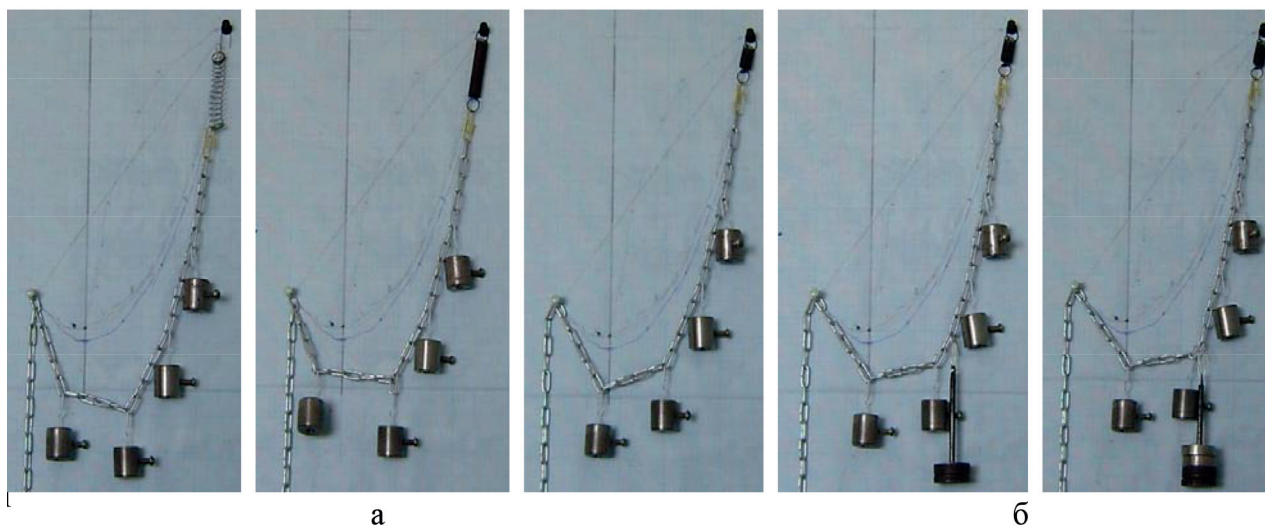
$$f_i = \frac{1}{2L_i} \sqrt{\frac{T}{\rho}} \quad (13)$$

де T – сила, яка діє на демпфер, Н;

ρ – густина “струни”.

Обговорення. Коротке ліве плече гнучкої “струни”, маючи більшу жорсткість, генерує високочастотні коливання малої амплітуди. Отже, коротке плече є “ініціатором” поперечних коливань у стохастичному мультифрактальному ґрунті. Довге праве плече “струни” схильне до низькочастотних резонансів з високою амплітудою. Вершина правого плеча контуру “струни” (зона “нульової” гільйотини) постійно

зміщується вздовж осі X , реалізуючи поперечне биття фрактальних кластерів ґрунту з підвищеною щільністю. Таким чином, демпфування правого плеча “струни” в кожній точці її фрактального контуру до локального кута α ковзання елементарного відрізка гільйотини додає динамічну добавку $\Delta\alpha(t) = \arctan\{(dy/dt) \cdot V\}$. Саме це штучно генерує короткочасний ефект гільйотини навіть у точках, близьких до вершини фрактального контуру “струни”. Оскільки вершина “струни” зв’язує обидва плеча контуру в єдину кінетичну систему, виникає нелінійне перекачування енергії поміж обома гілками фрактальної кривої. Коротке плече за рахунок



а – послідовне (зліва направо) збільшення коефіцієнта жорсткості k демпфера; б – зростання величини фронтальної сили T

Рисунок 9 – Симуляція взаємодії гнучкої “струни” ґрунтопоглиблювача з точковими імітаторами кластерів високої густини мультифрактального середовища ґрунту

високочастотних коливань ефективно руйнує локальні сингулярності мультифрактального стохастичного середовища ґрунту в зоні зсуву. Це призводить до неперервного процесу розвитку тріщин у ґрунті. Довге плече “струни” завдяки демпферу поглинає ці коливання, коли вони переходять через вершину контуру, запобігаючи виникненню резонансу. Демпфер працює як динамічний “поглинач” енергії ударів у разі прориву великих фрактальних кластерів.

Завдяки такій конструкційній схемі (рис. 10) гнучкого ґрунтопоглиблювача (асиметричність гілок контуру різальної “струни” та установка механічного демпфера у вершині довгого плеча фрактальної кривої) робочий процес розпушування плужної підшви зведено до таких ознак. Ліва коротка частина “струни” працює в режимі агресивного короткохвильового сколювання оброблюваного середовища, а права довша частина “струни” миттєво стабілізує площину пропилювання, зрізуючи всі флуктуації стохастичного мультифрактального середовища ґрунту та запобігаю-

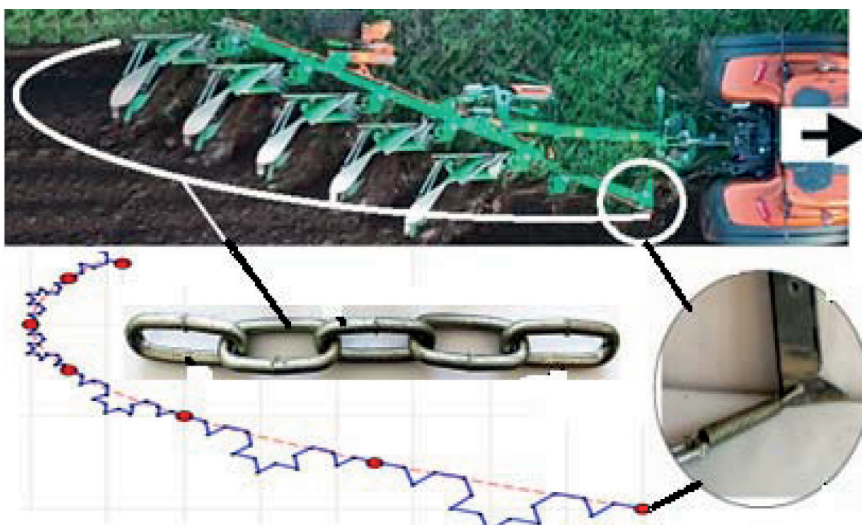


Рисунок 10 – Конструкційна схема гнучкого ґрунтопоглиблювача в складі плуга ПЛН-5-35

чи биттю гнучкої “струни” ґрунтопоглиблювача по бічних стінках “порізу”.

Для практичної реалізації гнучкої “струни” ґрунтопоглиблювача за конструкційною схемою, наведеною на рисунку 10, було застосовано ланцюг класу G80 за стандартом ASTM A391 калібру 8 мм, виготовлений зі сталі 20MnNiCrMo5-2. Як демпфер використано циліндричну пружину з коефіцієнтом жорсткості $k=1,5$ кН/м, виготовлену зі сталі 65Г з відповідною термохімічною обробкою.

Отримані результати підтверджують доцільність застосування фрактального

підходу для опису процесу взаємодії гнучкої «струни» зі стохастичною мультифрактальною структурою ґрунту. На відміну від відомих досліджень, присвячених різанню континуальних середовищ гнучкою струною [Dunn et al., 2007; Turchetta et al., 2017], запропонована модель враховує стохастичний характер ґрунтового середовища та його мультифрактальну будову. Це дало змогу пояснити виникнення самоподібності контуру гнучкої «струни», обґрунтувати використання модифікованої троїчної кривої Коха та визначити показник Хьорста як критерій стабільності процесу різання.

Висновки. За результатами структурно-функціональної адаптації моделі-симулятора гнучкої «струни» ґрунтопоглиблювача виконано серію імітаційних експериментів, які вперше засвідчили фрактальний характер процесу різання дискретної стохастичної мультифрактальної структури ґрунту. Встановлено здатність фрактальних ознак процесу різання зберігати стабільність незалежно від зміни зовнішніх умов та мультифрактальних ознак ґрунту.

Аналітичне співставлення результатів дослідження динаміки мультифрактального каскаду процесу різання ґрунтового середовища з характерними ознаками фрактальної кривої контуру гнучкої «струни» визначає їх щільну кореляцію з відкоригованою троїчною кривою Коха з фрактальною розмірністю Хаусдорфа-Безиковича $D=1,25$.

Встановлено, що для стабілізації персистентності процесу різання дискретної стохастичної мультифрактальної структури ґрунту незалежно від фрактальних ознак оброблюваного середовища показник Хьорста H процесу має становити $H>0,5$.

Подальше дослідження фрактальності ознак динамічних процесів, зокрема динаміки структур ґрунту внаслідок його механічного обробітку, уможливить створення надійної системи прогнозування та оптимізації комплексу агротехнологічних показників з метою найповнішого використання потенційної родючості ґрунтів сільськогосподарського використання.

Перелік літератури

Мазур, М. П., Внуков, Ю. М., Доброскок, В. Л., Грабченко, А. І., Залога, В. О., Новосьолов, Ю. К., Якубов, Ф. Я. (2025). Основи теорії різання матеріалів. Новий Світ-2000. 472 с.

Веселовська, Н. Р., Іскович-Лотоцький, Р. Д., Ковальова, І. М. (2018). Теорія різання та інструмент. Вінниця. 297 с.

Глоба, О. В., Вовк, В. В., Красновид, Д. А., Солодкий, В. І. (2022). Теорія різання. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського. 248 с.

Atkins, T. (2009). *The science and engineering of cutting: The mechanics and processes of separating, scratching and puncturing biomaterials, metals and non-metals*. Butterworth-Heinemann.

Besicovitch, A. S. (1929). On linear sets of points of fractional dimensions. *Mathematische Annalen*, 101, 161-193.

Biagini, A. L., & Nava, A. (2018). *Form-finding and mechanical behaviour of cable and membrane structures* (Master's thesis). Politecnico di Milano.

Blanchard, Ph., Krueger, T., & Volchenkov, D. (2012). Heavy-tailed distributions in stochastic dynamical models. *The Interdisciplinary Journal of Discontinuity, Nonlinearity, and Complexity*, 1(1). URL: <https://doi.org/10.5890/DNC.2012.02.001> (дата звернення: 07.05.2026).

Dunn, P. D., Burton, J. D., Xu, X., & Atkins, A. G. (2007). Paths swept out by initially slack flexible wires when cutting soft solids, when passing through a very viscous medium, and during regelation. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 463(2077), 1-20. URL: <https://doi.org/10.1098/rspa.2006.1747> (дата звернення: 12.05.2026).

Falconer, K. (2014). *Fractal geometry: Mathematical foundations and applications* (3rd ed.). John Wiley & Sons.

Hausdorff, F. (1918). Dimension und äußeres Maß. *Mathematische Annalen*, 79, 157-179.

Hurst, H. E. (1951). Long-term storage capacity of reservoirs. *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, 116, 770-799.

Kaczmarczyk, J. (2020). *Modelling of the guillotine cutting process by means of a*

symmetrical blade with the defined geometry. URL: <https://www.researchgate.net/publication/347225994> (дата звернення: 09.05.2026).

Mandelbrot, B. B. (1977). *Fractals: Form, chance and dimension*. W. H. Freeman.

Mandelbrot, B. B. (1982). *The fractal geometry of nature*. W. H. Freeman.

Mazur, M. P., & Vnukov, Yu. M. (2020). *Modern wire cutting technology explained*. Endless Wire Saw. URL: <https://www.endlesswiresaw.com/wire-cutting-technology/> (дата звернення: 14.05.2026).

Şimşekli, U. (2025). *Heavy tails in stochastic optimization: Emergence and implications* (Habilitation thesis). École Normale Supérieure. URL: <https://hal.science/tel-05434401> (дата звернення: 11.05.2026).

Techma CNC-Maschinen. (2020). *Foam cutting with hot wire technology*. URL: <https://www.techma-cnc.com> (дата звернення: 09.05.2026).

Turchetta, S., Sorrentino, L., & Bellini, C. (2017). A method to optimize the diamond wire cutting process. *Diamond and Related Materials*, 71, 90-97. URL: <https://doi.org/10.1016/j.diamond.2016.11.009> (дата звернення: 11.05.2026).

Wire EDM Process: How It Works. (n.d.). URL: <https://tirapid.com/wire-edm-process/> (дата звернення: 12.05.2026).

References

Atkins, T. (2009). *The science and engineering of cutting: The mechanics and processes of separating, scratching and puncturing biomaterials, metals and non-metals*. Butterworth-Heinemann.

Besicovitch, A. S. (1929). On linear sets of points of fractional dimensions. *Mathematische Annalen*, 101, 161-193.

Biagini, A. L., & Nava, A. (2018). *Form-finding and mechanical behaviour of cable and membrane structures* (Master's thesis). Politecnico di Milano.

Blanchard, Ph., Krueger, T., & Volchenkov, D. (2012). Heavy-tailed distributions in stochastic dynamical models. *The Interdisciplinary Journal of Discontinuity, Nonlinearity, and Complexity*, 1(1). URL: <https://doi.org/10.5890/DNC.2012.02.001> (дата звернення: 07.05.2026).

Dunn, P. D., Burton, J. D., Xu, X., & Atkins, A. G. (2007). Paths swept out by initially slack flexible wires when cutting soft solids, when passing through a very viscous medium, and during regelation. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 463(2077), 1-20. URL: <https://doi.org/10.1098/rspa.2006.1747> (дата звернення: 12.05.2026).

Falconer, K. (2014). *Fractal geometry: Mathematical foundations and applications* (3rd ed.). John Wiley & Sons.

Hausdorff, F. (1918). Dimension und äußeres Maß. *Mathematische Annalen*, 79, 157-179.

Hloba, O. V., Vovk, V. V., Krasnovyd, D. A., & Solodkyi, V. I. (2022). *Teoriia rizannia* [Theory of cutting]. Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute.

Hurst, H. E. (1951). Long-term storage capacity of reservoirs. *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, 116, 770-799.

Kaczmarczyk, J. (2020). *Modelling of the guillotine cutting process by means of a symmetrical blade with the defined geometry*. URL: <https://www.researchgate.net/publication/347225994> (дата звернення: 09.05.2026).

Mandelbrot, B. B. (1977). *Fractals: Form, chance and dimension*. W. H. Freeman.

Mandelbrot, B. B. (1982). *The fractal geometry of nature*. W. H. Freeman.

Mazur, M. P., & Vnukov, Yu. M. (2020). *Modern wire cutting technology explained*. Endless Wire Saw. URL: <https://www.endlesswiresaw.com/wire-cutting-technology/> (дата звернення: 14.05.2026).

Mazur, M. P., Vnukov, Yu. M., Dobroskok, V. L., et al. (2025). *Osnovy teorii rizannia materialiv* [Fundamentals of the theory of material cutting]. Novyi Svit-2000.

Şimşekli, U. (2025). *Heavy tails in stochastic optimization: Emergence and implications* (Habilitation thesis). École Normale Supérieure. URL: <https://hal.science/tel-05434401> (дата звернення: 11.05.2026).

Techma CNC-Maschinen. (2020). *Foam cutting with hot wire technology*. URL: <https://www.techma-cnc.com> (дата звернення: 09.05.2026).

Turchetta, S., Sorrentino, L., & Bellini, C. (2017). A method to optimize the diamond wire cutting process. *Diamond and Related Materials*,

71, 90-97. URL: <https://doi.org/10.1016/j.diamond.2016.11.009> (дата звернення: 11.05.2026).

Veselovska, N. R., Iskovych-Lototskyi, R. D., & Kovalova, I. M. (2018). *Teoriia ryzania ta instrument* [Theory of cutting and cutting tools]. Vinnytsia National Technical University.

Wire EDM Process: How It Works. (n.d.). URL: <https://tirapid.com/wire-edm-process/> (дата звернення: 12.05.2026).

Надійшла до редакції 28.04.2026 р.;
переглянуто 04.05.2026 р.;
прийнято до друку 18.05.2026 р.;
опубліковано 29.06.2026 р.

Received 04/28/2026;
revised 05/04/2026;
accepted 05/18/2026;
published 06/29/2026

UDC 631.51:631.312

FRACTAL SIGNS OF THE WORKING PROCESS OF CUTTING STOCHASTIC MULTIFRACTAL SOIL STRUCTURE BY A FLEXIBLE “STRING” OF A DRILL

Sheludchenko B., PhD in Engineering, Professor,

<http://orcid.org/0000-0002-8137-0905>, e-mail: sheludchenkobogdan@ukr.net

Syroid Y., <https://orcid.org/0009-0000-6993-7430>, e-mail: syroides@ukr.net

Polissia National University

Summary

Purpose. The purpose of this study is to determine the regularities of the cutting process of a stochastic multifractal soil structure using a flexible “string” soil deepener and to substantiate design solutions that ensure the stability of the working process based on the analysis of the fractal characteristics of the soil medium.

Methods. The study employed mathematical and simulation modeling, structural-functional analysis, fractal theory, multifractal cascade analysis, Hurst exponent evaluation, and Hausdorff-Besicovitch dimension analysis. An adaptively transformed simulation model was developed to investigate the interaction between the flexible “string” and the stochastic multifractal soil structure. Numerical simulations were performed using MATLAB, Wavelet Toolbox, and FracLab software packages.

Results. The study established, for the first time, the fractal nature of the cutting process of a discrete stochastic multifractal soil structure by a flexible “string”. It was demonstrated that the principal fractal characteristics of the cutting process remain stable despite variations in external conditions and soil structural properties. Based on a comparative analysis of the multifractal cascade and regular fractal curves, it was found that the geometry of the working contour of the flexible “string” is most accurately described by a modified ternary Koch curve with a Hausdorff-Besicovitch fractal dimension of $D = 1.25$. It was also determined that the persistence of the cutting process is achieved at $H > 0.5$, indicating the stability of the process under random variations in soil structure. Based on the obtained results, a flexible soil deepener design incorporating a G80-grade chain and a mechanical damper was proposed to reduce dynamic loads and stabilize the soil cutting process.

Conclusions. The conducted research confirmed the feasibility of applying the fractal approach to describe the interaction between the working tool and a stochastic multifractal soil structure. The obtained results expand the theoretical understanding of the mechanics of soil cutting using a flexible “string” and can be applied in the design of a new generation of tillage machinery with improved energy efficiency, enhanced process stability, and higher soil cultivation quality.

Keywords: stochastic multifractal; cutting process; flexible string; soil deepener; fractal dimension; Hurst exponent; ternary Koch curve; multifractal cascade.