

ДОСЛІДЖЕННЯ СИСТЕМ З ЕЛЕКТРОДИНАМІЧНИМ ТА ПРУЖНИМ ЗВ'ЯЗКОМ ПІД ЧАС ГАРМОНІЙНОГО ЗБУДЖЕННЯ

Калінін Є., д-р техн. наук, проф.,

e-mail: kalinin.kpi.kharkov.ua@gmail.com,

<https://orcid.org/0000-0001-6191-8446>

Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»,

Коробко А., канд. техн. наук, доц.,

e-mail: ak82andrey@gmail.com,

<https://orcid.org/0000-0002-6618-7790>

Харківська філія УкрНДІПВТ ім. Л. Погорілого

Анотація

Мета дослідження полягає в аналізі роботи механічної системи під час введення до неї електродинамічної та пружної складових для забезпечення виходу режимів функціонування останньої за межі резонансних режимів. Задачі дослідження передбачають синтез математичного апарата з подальшим формуванням та аналізом амплітудно-частотних характеристик зазначеної системи.

Методи дослідження. Методологічною основою роботи є узагальнення та аналіз відомих наукових результатів відносно динаміки систем в режимах резонансів та використання системного підходу. Для формування наукової проблеми, визначення мети і постановки задач дослідження використовувався аналітичний метод та порівняльний аналіз. Створюючи емпіричні моделі, були використані основні положення динаміки систем.

Результати дослідження. Враховуючи, що динамічні якості системи залежать від наявності або відсутності пружного зв'язку лінії передач, дослідженню була піддана комбінована система.

Оскільки точний аналітичний розв'язок отриманої системи нелінійних диференціальних рівнянь одержати неможливо, проведено її вирішення на електронній моделі під час гармонійного збудження.

За результатами досліджень на електронній моделі системою комп'ютерного моделювання MatLab важко встановити вплив співвідношень різних параметрів, за їхніх можливих варіацій у великому діапазоні, на поведінку самої системи, оскільки питання, яке поставлене так, буде вимагати значної кількості машинного часу. Тому проведено дослідження системи під час гармонійного збудження в її лінеаризованому вигляді.

Висновок. Сформована математична модель функціонування системи з електродинамічним та пружним зв'язком під час гармонійного збудження. На основі проведених досліджень побудована амплітудно-частотна характеристика системи, якою встановлена відповідність результатів розв'язання електронної (еталонної), побудованої на базі MatLab, та аналітичної моделей.

Ключові слова: механічна система, електродинамічна муфта, пружний зв'язок, амплітудно-частотна характеристика.

Вступ. Характерною ознакою сучасного виробництва є інтенсифікація виробничих процесів у результаті збільшення швидкості чи навантажень, або одного та іншого разом. Це пред'являє до приводів додаткові вимоги, які виражаються у можливості дистанційного керування та плавного регулювання швидкості привода

і пуску системи двигуном, пусковий момент якого менший за момент опору на валу.

З іншого боку, зберігаються звичайні вимоги. Їхня реалізація захищає систему від руйнування під час перевантажень, зменшує амплітуду коливань кутової швидкості і моменту двигуна під час пе-

ріодичних коливань навантаження і т. д. Одним із способів задовольнити сформульовані вимоги є введення в лінію привода пристрою, що не руйнується і може одночасно виконувати функції запобіжного механізму. До цих пристроїв відносяться гідродинамічні муфти та трансформатори, порошкові електромагнітні муфти, електродинамічні муфти ковзання та інші.

Для забезпечення належного рівня динамічних напружень необхідно, проектуючи машини, розв'язувати задачу коливань моторно-трансмісійної системи. Розв'язок такої задачі починається з визначення власних частот та форм коливань, які визначають резонансні режими. Останні повинні бути виведені за межі робочого діапазону швидкостей, що досягається відповідним вибором масових характеристик системи та її жорсткості. Роботи [Маслов, 1982; Терских, 1969; Вейц, 1976; Фаворин, 1970; Алексеева, 1982], які спрямовані на вирішення поставлених задач, розглядаються власні частоти та форми коливань системи з механічними та пружними зв'язками. Наприклад, в роботах з вивчення функціонування трансмісії колісних енергетичних засобів, більшість уваги спрямована на вивчення перемикання передач з точки зору зміни моменту, який передається в трансмісію [Калінін, 2015; Терских, 1969; Вейц, 1976; Калінін, 2016; Калінін, 2018] та впливу зміни передатного числа на динамічні характеристики мобільного енергетичного засобу [Вейц, 1976; Алексеева, 1982].

Проте в останній час спостерігається значна зміна структури трансмісії машин з поступовим включенням до них елементів автоматичного контролю функціонування [Бочкарев, 2008; Бочкарев, 2009; Migal, 2020], що, зі свого боку, призводить до зміни і механічних характеристик самої трансмісійної установки. Останні недостатньо вивчені, тому це дослідження присвячене системі привода, до складу якого

включено електродинамічний зв'язок подібно до муфти ковзання.

Постановка завдань. Метою роботи є аналіз роботи механічної системи під час введення до неї електродинамічної та пружної складових для забезпечення виходу режимів функціонування останньої за межі резонансних режимів. Задачі дослідження передбачають синтезу математичного апарата з подальшим формуванням та аналізом амплітудно-частотних характеристик зазначеної системи.

Методи і матеріали. Методологічною основою роботи є узагальнення та аналіз відомих наукових результатів відносно динаміки систем в режимах резонансів та використання системного підходу. Для формуванні наукової проблеми, визначення мети і постановки задач дослідження використовувався аналітичний метод та порівняльний аналіз. Створюючи емпіричні моделі, використані основні положення динаміки систем.

Результати. Враховуючи те, що динамічні якості системи залежать від наявності або відсутності пружного зв'язку лінії передач, дослідженню була піддана комбінована система, яка показана схематично на рисунку 1, та що включає в себе: 1 – ротор двигуна з моментом інерції J_1 , до складу якого входять момент інерції тягової частини 2 (якоря) електродинамічної муфти ковзання; 3 – ведена частина (індуктор) електродинамічної муфти з моментом інерції J_2 , до складу якого входить момент інерції тягової напівмуфти пружного зв'язку; 4 – пружний зв'язок; 5 – робоча машина з приведеним моментом інерції J_3 .

Електромеханічна модель з динаміч-

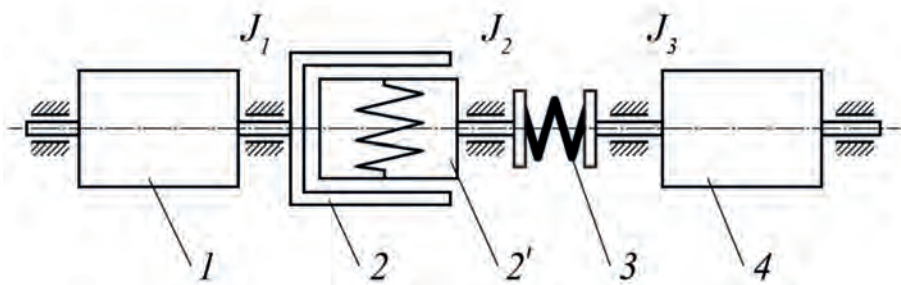


Рисунок 1 – Комбінована схема привода

ним та пружним зв'язками, яка наведена на рисунку 1, може бути описана такою системою диференціальних рівнянь:

$$\begin{aligned} J_1 \ddot{\alpha}_1 &= M_1 - M_2; \\ J_2 \ddot{\alpha}_2 &= M_2 - C(\alpha_2 - \alpha_3); \\ J_3 \ddot{\alpha}_3 &= C(\alpha_2 - \alpha_3) - M_3. \end{aligned} \quad (1)$$

За цих умов, як двигун можна застосувати асинхронний двигун, механічна характеристика якого, виражена у відносних одиницях, представлена відомою залежністю:

$$\frac{M_1}{M_{1k}} = \frac{2}{\frac{s_1}{s_{1k}} - \frac{s_{1k}}{s_1}}, \quad (2)$$

де M_1 – момент, який розвивається двигуном;

s_{1k} – критичне ковзання;

$$s_1 = \frac{\omega_0 - \alpha_1}{\omega_0} \quad \text{– ковзання};$$

ω_0 – синхронна кутова швидкість;

$\dot{\alpha}_1 = \omega_1$ – кутова швидкість обертання ротора двигуна.

Механічна характеристика електродинамічної муфти ковзання може бути отримана з рівняння відносної механічної характеристики узагальненої асинхронної машини [10]. Дослідження привода з асинхронною муфтою ковзання показало, що механічні характеристики електродинамічного зв'язку за різних струмів збудження з достатньою точністю відповідають залежності:

$$\frac{M_2}{M_{2k}} = - \frac{2(1+q_2)}{\left(\frac{s_2}{s_{2k}}\right)^{3/4} + \left(\frac{s_{2k}}{s_2}\right)^{3/4} + 2q_2}, \quad (3)$$

$$\text{де } s_2 = \frac{\dot{\alpha}_1 + \dot{\alpha}_2}{\dot{\alpha}_1} \quad \text{– ковзання}$$

електродинамічного зв'язку;

$q_2 \approx 0,5$ – постійний параметр;

$M_{2k} = K_1 I^2$ – критичний момент;

$s_{2k} \approx K_2 I^2$ – критичне ковзання;
 I – струм збудження.

Система з електродинамічною та пружним зв'язками (рис. 1), підставляючи (3) і (2) в (1), описуватиметься системою нелінійних диференціальних рівнянь:

$$\begin{aligned} J_1 \ddot{\alpha}_1 &= \frac{2M_{1k}}{\frac{s_1}{s_{1k}} + \frac{s_{1k}}{s_1}} - \frac{2M_{2k}(1+q_2)}{\left(\frac{s_2}{s_{2k}}\right)^{3/4} + \left(\frac{s_{2k}}{s_2}\right)^{3/4} + 2q_2}; \\ J_2 \ddot{\alpha}_2 &= \frac{2M_{2k}(1+q_2)}{\left(\frac{s_2}{s_{2k}}\right)^{3/4} + \left(\frac{s_{2k}}{s_2}\right)^{3/4} + 2q_2} - C(\alpha_2 - \alpha_3); \end{aligned} \quad (4)$$

$$J_3 \ddot{\alpha}_3 = C(\alpha_2 - \alpha_3) - M_3,$$

$$\text{де } \ddot{\alpha}_1 = \dot{\omega}_1, \ddot{\alpha}_2 = \dot{\omega}_2, \ddot{\alpha}_3 = \dot{\omega}_3, \dot{\alpha}_1 = \omega_1,$$

$\dot{\alpha}_2 = \omega_2, \dot{\alpha}_3 = \omega_3$ – кутові прискорення і кутові швидкості ротора двигуна, індуктора асинхронної муфти ковзання та валу робочої машини;

$C(\alpha_2 - \alpha_3)$ – момент, який передається лінійним пружним зв'язком з коефіцієнтом жорсткості ;

$M_3 = M_{30} + B_4 \sin \Omega t$ – момент опору на валу робочої машини.

Враховуючи те, що точний аналітичний розв'язок системи (4) нелінійних диференціальних рівнянь одержати неможливо, проведено її вирішення на електронній моделі під час гармонійного збудження. Для цього систему зручно записати так:

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_1 &= A_1 \left[B_1 f\left(\frac{s_1}{s_{1k}}\right) - \varphi\left(\frac{s_2}{s_{2k}}\right) \right]; \\ \dot{\omega}_2 &= A_2 \left[\varphi\left(\frac{s_2}{s_{2k}}\right) - B_2(\alpha_2 - \alpha_3) \right]; \\ \dot{\omega}_3 &= A_3 [B_2(\alpha_2 - \alpha_3) - B_3 \Psi]; \end{aligned} \quad (5)$$

де

$$A_i = \frac{M_{ik}}{J_i}, \quad i = \overline{1,3}; \quad B_1 = \frac{M_{1k}}{M_{2k}}; \quad B_2 = \frac{C}{M_{2k}}; \quad (6)$$

$$B_3 = \frac{M_{30}}{M_{2k}} \quad \Psi = 1 + \frac{B_4}{M_{30}} \sin \Omega t$$

Ω – частота збудження;

$$f\left(\frac{s_1}{s_{1k}}\right), \varphi\left(\frac{s_2}{s_{2k}}\right) - \text{відносні механічні}$$

характеристики двигуна та електродинамічного зв'язку.

За результатами досліджень на електронній моделі, системою комп'ютерного моделювання MatLab, важко встановити вплив співвідношень різних параметрів, з їхніми можливими варіаціями у великому діапазоні, на поведінку самої системи, оскільки питання, яке поставлене так, буде вимагати значної кількості машинного часу. Тому проведено дослідження системи (4) під час гармонійного збудження в її лінеаризованому вигляді.

Нелінійні відносні механічні характеристики двигуна та електродинамічного зв'язку розкладаються в степеневий ряд

Тейлора за степенями $\left(\frac{s_1 - s_{10}}{s_{1k}}\right)$ та $\left(\frac{s_2 - s_{20}}{s_{2k}}\right)$:

$$f\left(\frac{s_1}{s_{1k}}\right) = f\left(\frac{s_{10}}{s_{1k}}\right) + f'\left(\frac{s_{10}}{s_{1k}}\right)\left(\frac{s_1 - s_{10}}{s_{1k}}\right) + \frac{1}{2!}f''\left(\frac{s_{10}}{s_{1k}}\right)\left(\frac{s_1 - s_{10}}{s_{1k}}\right)^2 + \dots; \quad (7)$$

$$\varphi\left(\frac{s_2}{s_{2k}}\right) = \varphi\left(\frac{s_{20}}{s_{2k}}\right) + \varphi'\left(\frac{s_{20}}{s_{2k}}\right)\left(\frac{s_2 - s_{20}}{s_{2k}}\right) + \frac{1}{2!}\varphi''\left(\frac{s_{20}}{s_{2k}}\right)\left(\frac{s_2 - s_{20}}{s_{2k}}\right)^2 + \dots, \quad (8)$$

$$\text{де } f\left(\frac{s_{10}}{s_{1k}}\right), f'\left(\frac{s_{10}}{s_{1k}}\right), f''\left(\frac{s_{10}}{s_{1k}}\right),$$

$\varphi\left(\frac{s_{20}}{s_{2k}}\right), \varphi'\left(\frac{s_{20}}{s_{2k}}\right), \varphi''\left(\frac{s_{20}}{s_{2k}}\right)$ коефіцієнти розкладання функції в точках $\left(\frac{s_{10}}{s_{1k}}\right)$ та $\left(\frac{s_{20}}{s_{2k}}\right)$ відповідно.

Якщо прийняти коливання змінних системи відносно певних постійних значень, можна ввести такі позначення:

$$\omega_1 = \omega_{10} + \Delta\omega_1; \dot{\omega}_1 = \Delta\dot{\omega}_1; \omega_2 = \omega_{20} + \Delta\omega_2; \dot{\omega}_2 = \Delta\dot{\omega}_2; \omega_3 = \omega_{30} + \Delta\omega_3; \dot{\omega}_3 = \Delta\dot{\omega}_3. \quad (9)$$

Якщо позначити

$$(\alpha_2 - \alpha_3) = z, \text{ то } \dot{z} = \dot{\alpha}_2 - \dot{\alpha}_3 = \omega_2 - \omega_3,$$

$$z = z_0 + \Delta z, \dot{z} = \dot{\omega}_2 - \dot{\omega}_3, \text{ тоді}$$

$$\dot{\omega}_3 = \dot{\omega}_2 - \dot{z} = \Delta\dot{\omega}_2 - \Delta\dot{z}.$$

З урахуванням (9) відносно ковзання двигуна визначиться з виразу:

$$s_1 = \frac{\omega_0 - \omega_1}{\omega_0} = 1 - \frac{\omega_1}{\omega_0} = 1 - \frac{\omega_{10}}{\omega_0} - \frac{\Delta\omega_1\omega_{10}}{\omega_{10}\omega_0} = 1 - \frac{\omega_{10}}{\omega_0} \left(1 + \frac{\Delta\omega_1}{\omega_{10}}\right). \quad (10)$$

Відносно ковзання електродинамічного

зв'язку $s_2 = \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_1}$, зі свого боку, є

нелінійною функцією, тому що змінна величина ω_1 входить у знаменник. Представимо ковзання електродинамічного зв'язку

$$\text{як } s_2 = (\omega_1 - \omega_2) \frac{1}{\omega_1} = (\omega_{10} + \Delta\omega_1 - \omega_{20} - \Delta\omega_2) \frac{1}{\omega_1}$$

$$\text{та } \frac{1}{\omega_1} = \frac{1}{\omega_{10} + \Delta\omega_1} = \frac{1}{\omega_{10} \left(1 + \frac{\Delta\omega_1}{\omega_{10}}\right)}.$$

Розкладаючи останню залежність у степеневий ряд і обмежуючись трьома його членами, отримуємо:

$$\frac{1}{\omega_1} = \frac{1}{\omega_0} \left[1 - \frac{\Delta\omega_1}{\omega_{10}} + \left(\frac{\Delta\omega_1}{\omega_{10}}\right)^2 - \left(\frac{\Delta\omega_1}{\omega_{10}}\right)^3 \right]. \quad (11)$$

Після перетворення, та нехтуючи малими високого порядку, отримуємо таку залежність для ковзання в електродинамічному зв'язку:

$$s_2 = 1 - \frac{\omega_{20}}{\omega_{10}} + \frac{\Delta\omega_1}{\omega_{10}} \frac{\omega_{20}}{\omega_{10}} - \frac{\Delta\omega_2}{\omega_{10}} = \left(1 - \frac{\Delta\omega_2}{\omega_{10}}\right) - \frac{\omega_{20}}{\omega_{10}} \left(1 - \frac{\Delta\omega_1}{\omega_{10}}\right). \quad (12)$$

Обмежуючись двома членами рядів (7) та (8), з урахуванням (10) та (12) механічну характеристику двигуна можна пред-

ставити так:

$$f\left(\frac{s_1}{s_{1k}}\right) = f\left(\frac{s_{10}}{s_{1k}}\right) + f'\left(\frac{s_{10}}{s_{1k}}\right) \frac{1}{s_{1k}} \left[1 - \frac{\omega_{10}}{\omega_0} \left(1 + \frac{\Delta\omega_1}{\omega_{10}} \right) - s_{10} \right], \quad (13)$$

а механічну характеристику муфти ковзання – як:

$$\varphi\left(\frac{s_2}{s_{2k}}\right) = \varphi\left(\frac{s_{20}}{s_{2k}}\right) - \varphi'\left(\frac{s_{20}}{s_{2k}}\right) \frac{1}{s_{2k}} \left[\left(1 - \frac{\Delta\omega_2}{\omega_{10}} \right) - \frac{\omega_{20}}{\omega_{10}} \left(1 - \frac{\Delta\omega_1}{\omega_{10}} \right) - s_{20} \right]. \quad (14)$$

Система рівнянь (4) з урахуванням (9), (13), (14) та з

$$a = M_{1k} f'\left(\frac{s_{10}}{s_{1k}}\right) \frac{1}{s_{1k}} \frac{1}{\omega_0}; \quad b = M_{2k} \varphi'\left(\frac{s_{20}}{s_{2k}}\right) \frac{1}{\omega_{10}} \frac{1}{s_{2k}}; \quad (15)$$

$$a_0 = f\left(\frac{s_{10}}{s_{1k}}\right) M_{1k}; \quad b_0 = \varphi\left(\frac{s_{20}}{s_{2k}}\right) M_{2k},$$

набуває вигляду:

$$\begin{aligned} J_1 \Delta \dot{\omega}_1 + a \Delta \omega_1 - b \Delta \omega_2 + b \Delta \omega_1 \frac{\omega_{20}}{\omega_{10}} &= \\ = a_0 + a \omega_0 - a \omega_{10} - a \omega_0 s_{10} - & \\ - b_0 - b \omega_{10} + b \omega_{20} + b s_{20} \omega_{10}; & \\ J_2 \Delta \dot{\omega}_2 + b \Delta \omega_2 - b \Delta \omega_1 \frac{\omega_{20}}{\omega_{10}} + C \Delta z &= \\ = b_0 + b \omega_{10} - b \omega_{20} - b s_{20} \omega_{10} - C z_0; & \\ J_3 \Delta \dot{\omega}_2 - J_3 \Delta \ddot{z} - C \Delta z = C z_0 - M_3. & \end{aligned} \quad (16)$$

Прийнявши

$$p = \frac{d}{dt}, \quad A = a_0 + a \omega_0 - a \omega_{10} - a \omega_0 s_{10},$$

$$B = b_0 + b \omega_{10} - b \omega_{20} - b \omega_{10} s_{20}, \quad l = \frac{\omega_{20}}{\omega_{10}}$$

та $M_3 = M_{30} + B_4 \sin \Omega t$, отримаємо:

$$(J_1 p + a + b l) \Delta \omega_1 - b \Delta \omega_2 = A - B;$$

$$\begin{aligned} -b l \Delta \omega_1 + (J_2 p + b) \Delta \omega_2 + \\ + C \Delta z = B - C z_0; \\ J_3 p \Delta \omega_2 - (J_3 p^2 + C) \Delta z = \\ = C z_0 - M_{30} - B_4 \sin \Omega t. \end{aligned} \quad (17)$$

Отримана система лінійних рівнянь може бути розв'язана відносно будь-якої зі змінних. Постійні A і B можна визначити з умови руху, який установився, коли $B_4 = 0$.

Якщо розглядати коливання змінних відносно значень, які встановилися, тобто за $A = B = C z_0 = M_{30}$, то з першого рівняння системи (17) отримаємо

$$\Delta \omega_1 = \Delta \omega_2 \frac{b}{(J_1 p + a + b l)}. \quad \text{Тоді друге}$$

рівняння набуде вигляду:

$$\begin{aligned} -\frac{b^2 l}{(J_1 p + a + b l)} \Delta \omega_2 + (J_2 p + b) \Delta \omega_2 + C \Delta z = 0, \\ \text{а третє рівняння:} \\ \frac{J_3 p C \Delta z}{J_2 p + b - \frac{b^2 l}{J_1 p + a + b l}} + \\ + (J_3 p + C) \Delta z = B_4 \sin \Omega t. \end{aligned} \quad (18)$$

Обговорення. Будемо шукати розв'язок для вимушених коливань, які встановилися, у такому вигляді $\Delta z = A'_3 \sin(\Omega t - \varphi_3)$.

Зі свого боку, $B_4 \sin \Omega t$ можна представити як $B_4[(\Omega t + \varphi_3) - \varphi_3]$, або

$$B_4[\cos \varphi_3 \sin(\Omega t + \varphi_3) - \sin \varphi_3 \cos(\Omega t + \varphi_3)]$$

Тоді:

$$B_4 \sin \Omega t = B_4 \frac{\Delta z}{A'_3} \left(\cos \varphi_3 - \frac{p}{\Omega} \sin \varphi_3 \right). \quad (19)$$

Рівняння (18), з урахуванням (19), набуде вигляду:

$$\begin{aligned} \frac{J_3 p C}{J_2 p + b - \frac{b^2 l}{J_1 p + a + b l}} + \\ + (J_3 p^2 + C) = \frac{B_4}{A'_3} \left(\cos \varphi_3 - \frac{p}{\Omega} \sin \varphi_3 \right). \end{aligned} \quad (20)$$

Після перетворення:

$$\frac{J_1 J_2 J_3 p^4 + J_3 (J_2 a + J_2 b l + J_1 b) p^3 + (J_1 J_3 C + J_1 J_2 C + J_3 a b) p^2}{J_1 J_2 p^2 + (J_2 b l + J_2 a + J_1 b) p + a b} + \frac{[(a + b l)(J_2 + J_3) + J_1 b] C p + a b C}{J_1 J_2 p^2 + (J_2 b l + J_2 a + J_1 b) p + a b} = \frac{B_4}{A_3} \left(\cos \varphi_3 - \frac{p}{\Omega} \sin \varphi_3 \right). \quad (21)$$

Передбачаючи синусоїдальну форму розв'язку, необхідно вимагати наявності пари чисто уявних коренів $p = \pm j\Omega$. Підставимо до (21) $p = j\Omega$ і прирівняємо модулі комплексних величин. Після нескладних перетворень отримаємо залежність для відносної амплітуди моменту, яка передається пружним зв'язком, від частоти за заданих постійних параметрів системи:

$$\frac{A_3 C}{B_4} = C \sqrt{\frac{(ab - J_1 J_2 \Omega^2)^2 + (J_2 a + J_2 b l + J_1 b)^2 \Omega^2}{[J_1 J_2 J_3 \Omega^4 - (J_1 J_3 C + J_1 J_2 C + J_3 a b) \Omega^2 + a b C]^2 + \{[C(a + b l)(J_2 + J_3) + J_1 b] \Omega - J_3 (J_2 a + J_2 b l + J_1 b) \Omega^3\}^2}}. \quad (22)$$

Інтерес представляє система, у якій відсутній пружний зв'язок. Система (17), у цьому випадку, матиме вигляд:

$$(J_1 p + a + b l) \Delta \omega_1 - b \Delta \omega_2 = -b l \Delta \omega_1 + (J_2' p + b) \Delta \omega_2 = -B_4 \sin \Omega t, \quad (23)$$

де $J_2' = J_2 + J_3$.

З першого рівняння (23), отримаємо:

$$\Delta \omega_1 = \frac{\Delta \omega_2 b}{J_1 p + a + b l}, \quad \text{тоді друге рівняння:}$$

$$-\frac{\Delta \omega_2 b^2 l}{J_1 p + a + b l} + (J_2' p + b) \Delta \omega_2 = -B_4 \sin \Omega t. \quad (24)$$

Характеристичним рівнянням виразу (24) буде:

$$-\frac{b^2 l}{J_1 p + a + b l} + (J_2' p + b) = 0, \quad (25)$$

або, після перетворення:

$$p^2 + \frac{(J_1 b + J_2' a + J_2' b l)}{J_1 J_2'} - p + \frac{a b}{J_1 J_2'} = 0. \quad (26)$$

Корені рівняння (26) такі:

$$p_{1,2} = -\frac{J_1 b + J_2' a + J_2' b l}{2 J_1 J_2'} \pm \sqrt{\frac{[J_1 b - J_2' (a + b l)]^2 + 4 J_1 J_2' b^2 l}{(2 J_1 J_2')^2}}. \quad (27)$$

З (27) видно, що корені характеристичного рівняння будуть дійсними, оскільки підкореневий вираз (27) з урахуванням $l = \frac{\omega_{20}}{\omega_{10}}$ завжди позитивний, і

негативними за реальних параметрів системи. Тому система без пружного зв'язку є аперіодичною системою.

Висновки. Амплітудно-частотні характеристики системи з електродинамічним та пружним зв'язками, які побудовані за залежністю (22) та отримані на електронній моделі, показані на рисунку 2 за таких параметрів системи:

$$J_1 = 0,1875 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; J_2 = 0,10 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; J_3 = 0,15 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; \\ M_{2k} = 52 \text{ Н} \cdot \text{м}; s_{2k} = 1; M_{1k} = 24,8 \text{ Н} \cdot \text{м}; s_{1k} = 0,37, \\ I = 1 \text{ А};$$

1) з жорсткістю пружного зв'язку $C_{10} = 187,3 \text{ Н} \cdot \text{м/рад}$ криві 1 і 1' та за

$$M_{p0} = 18,5 \text{ Н} \cdot \text{м}; \frac{s_{20}}{s_{2k}} = 0,071; \frac{s_{10}}{s_{1k}} = 0,445;$$

$$a = 0,045; b = 0,129; \omega_0 = 157 \text{ рад/сек};$$

$$B_4 = 16,1 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

2) з жорсткістю пружного зв'язку $C_{20} = 374,6 \text{ Н} \cdot \text{м/рад}$ криві 2 і 2' та за

$$M_{p0} = 17,1 \text{ Н} \cdot \text{м}; \frac{s_{20}}{s_{2k}} = 0,0682; \frac{s_{10}}{s_{1k}} = 0,416;$$

$$a = 0,0535; b = 0,133; \omega_0 = 157 \text{ рад/сек};$$

$$B_4 = 17,9 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Номінальний момент для наведеної системи $M = 9,8 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

З рисунка 2 видно, що навіть у разі, коли амплітуда гармонійного навантаження значно перевищує номінальний

$$\text{момент навантаження} - \frac{M_{p0}}{M_n} = 1,85 \text{ та}$$

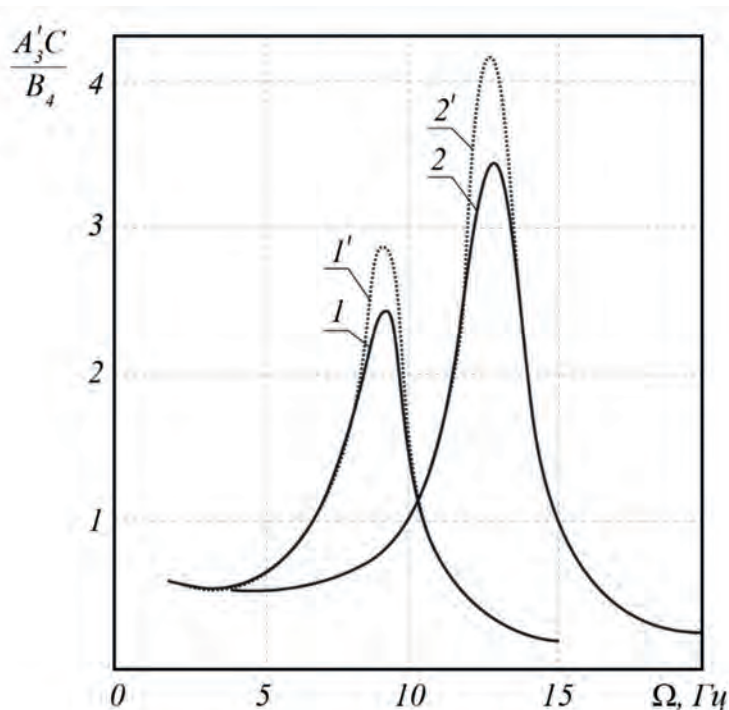


Рисунок 2 – Амплітудно-частотні характеристики системи за $C = 187,3 \text{ Н}\cdot\text{м/рад}$ (1 та 1') та за $C = 374,6 \text{ Н}\cdot\text{м/рад}$ (2 та 2'): 1 і 2 – під час розв'язання системи на електронній моделі; 1' і 2' – для лінеаризованої системи

$$\frac{B_4}{M_n} = 1,61 \quad - \quad \text{наближений розв'язок}$$

(22) (криві 1' і 2') системи з електродинамічним та пружним зв'язками поза зоною резонансу досить точно збігається з розв'язком, отриманим на електронній моделі, який можна прийняти за точний.

Перелік літератури

Алексеева С. В., Вейц В. Л., Геккер Ф. Р., Кочура А. Е. (1982) Силовые передачи транспортных машин. Динамика и расчет. Л.: Машиностроение, 256 с.

Бочкарев И. В., Галбаев Ж. Т. (2008) Электромагнитные механизмы с постоянными магнитами и схемы их управления для систем автоматики. Бишкек: Илим, 274 с.

Бочкарев И. В., Галбаев Ж. Т. (2009) Разработка фрикционных муфт и тормозов с магнитоэлектрическим приводом. Электротехника. 7. С. 14–20.

Вейц В. Л., Кочура А. Е. (1976) Динамика машинных агрегатов с двигателями внутреннего сгорания: научное издание. Л.: Машиностроение, 383 с.

Калінін Є. І., Поляшенко С. О. (2018) Розв'язок статичної плоскої задачі теорії пружності для неоднорідних ізотропних тіл. Математичне моделювання. 2(39). С. 102-111

Калінін Є. І., Романченко В. М. (2016) Оцінка міцності при дії локального навантаження на попередньо напружену безмоментну оболонку. Технічний сервіс агропромислового, лісового та транспортно-комплексів. 5. С. 167-172.

Калінін Є. І. (2015) Частотно-динамічна математична модель тракторного агрегату з передачею крутного моменту до рушіїв сільськогосподарської машини. Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства ім. Петра Василенка. Вип. 156. С. 327-334.

Маслов Г. С. (1982) Расчеты колебаний валов: справ. пособие. М.: Машиностроение, 272 с.

Терских В. П. (1969) Крутильные колебания валопровода силовых установок. Исследования и методы расчета: в 4-х т. Т.1: Элементы системы и возмущающие моменты. Л.: Судостроение, 206 с.

Фаворин М. В. (1970) Моменты инерции тел. М.: Машиностроение, 312 с.

Migal V., Lebedev A., Shuliak M., Kalinin E., Arhun S., Korohodskyi V. (2020) Reducing the vibration of bearing units of electric vehicle asynchronous traction motors. Journal of Vibration and Control. 27(9-10). pp. 1123-1131.

References

Alekseeva S. V., Weitz V. L., Gekker F. R., Kochura A. E. (1982) Power transmissions of transport machines. Dynamics and calculation. L.: Mechanical engineering, 256 p.

Bochkarev I. V., Galbaev Zh. T. (2008) Electromagnetic mechanisms with permanent magnets and their control circuits for automation systems. Bishkek: Ilim, 274 p.

Bochkarev I. V., Galbaev Zh. T. (2009) Development of friction clutches and brakes with magnetoelectric drive. Electrical engineering. 7. pp.14–20.

Favorin M. V. (1970) Moments of inertia of bodies. Moscow: Mechanical Engineering, 312 p.

Kalinin E. I. (2015) Frequency-dynamical mathematical model of a tractor unit with the transmission of torque to the ruins of the silky-diversified machine. Bulletin of Kharkiv National Technical University Petra Vasilenka. Vol. 156. pp. 327-334.

Kalinin E. I., Romanchenko V. M. (2016) Assessment of performance in case of local nesting on a forward-loaded momentless shell. Technical service of agricultural, fossil and transport complexes. 5. pp.167-172.

Kalinin E. I., Polyashenko S. O. (2018)

Interconnection of static plane problems of spring theory for heterogeneous isotropic bodies. Mathematical modeling. 2(39). pp.102-111

Maslov G. S. (1982) Calculations of shaft vibrations: ref. allowance. Moscow: Mechanical Engineering, 272 p.

Migal V., Lebedev A., Shuliak M., Kalinin E., Arhun S., Korohodskyi V. (2020) Reducing the vibration of bearing units of electric vehicle asynchronous traction motors. Journal of Vibration and Control. 27(9-10). pp. 1123-1131.

Terskikh V. P. (1969) Torsional vibrations of the shafting of power plants. Research and calculation methods: in 4 volumes. Vol. 1: System elements and disturbing moments. L.: Shipbuilding, 206 p.

Veits V. L., Kochura A. E. (1976) Dynamics of machine units with internal combustion engines: scientific publication. L.: Mechanical engineering, 383 p.

UDC 621.85

STUDY OF SYSTEMS WITH ELECTRODYNAMIC AND ELASTIC CONNECTIONS UNDER HARMONIC EXCITATION

Kalinin E.,

D-r Tech. Scs, Prof.,

e-mail: kalinin.kpi.kharkov.ua@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0001-6191-8446>

National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute»,

Korobko A., Ph. D, Associate Prof., Leading Researcher,

e-mail: ak82andrey@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-6618-7790>

Kharkiv branch of L. Pogoriliy UkrNDIPVT

Summary

Purpose of the study is to analyze the operation of a mechanical system with the introduction of electrodynamic and elastic components into it to ensure that the operating modes of the latter go beyond the resonance modes. The tasks of the research involve the synthesis of the mathematical apparatus with the subsequent formation and analysis of the amplitude-frequency characteristics of the specified system.

Research methods. The methodological basis of the work is the generalization and analysis of the known scientific results of the dynamics of systems in resonance modes and the use of a systematic approach. The analytical method and comparative analysis were used to form a scientific problem, form a goal and formulate research objectives. When creating empirical models, the main provisions of

the dynamics of systems were used.

The results of the study. Considering that the dynamic properties of the system depend on the presence or absence of an elastic connection of the transmission line, a combined system was subjected to research.

Since it is impossible to obtain an exact analytical solution of the obtained system of nonlinear differential equations, the solution was carried out on an electronic model with harmonic excitation.

Based on the results of studies on an electronic model, using the MatLab computer modeling system, it is difficult to establish the influence of the ratio of various parameters, with their possible variations in a large range, on the behavior of the system itself, since a question posed in this way will require a significant amount of computer time. Therefore, a study of the system with harmonious excitation in its linearized form was carried out.

Conclusions. A mathematical model of the functioning of a system with electrodynamic and elastic coupling under harmonious excitation has been formed. On the basis of the research carried out, the amplitude-frequency characteristic of the system was built, with the help of which the correspondence of the results of the solution of the electronic (reference), built on the basis of MatLab, and the analytical models was established.

Keywords: mechanical system, electrodynamic coupling, elastic connection, amplitude-frequency characteristic.

УДК 621.85

ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМ С ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКОЙ И УПРУГОЙ СВЯЗЯМИ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОМ ВОЗБУЖДЕНИИ

Калинин Е., д-р техн. наук, проф.,
e-mail: kalinin.kpi.kharkov.ua@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0001-6191-8446>

Национальный технический университет
«Харьковский политехнический институт»,

Коробко А., канд. тех. наук, доц.,
e-mail: ak82andrey@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-6618-7790>
Харьковский филиал УкрНИИПИТ им. Л. Погорелого

Аннотация

Целью исследования является анализ работы механической системы при введении в нее электродинамической и упругой составляющих для обеспечения выхода режимов функционирования последней за пределы резонансных режимов. Задачи исследования предполагают синтез математического аппарата с последующим формированием и анализом амплитудно-частотных характеристик указанной системы.

Методы исследования. Методологической основой работы является обобщение и анализ известных научных результатов динамики систем в режимах резонансов и использования системного подхода. Для формирования научной проблемы, формирования цели и постановки задач исследования использовался аналитический метод и сравнительный анализ. При создании эмпирических моделей использованы основные положения динамики систем.

Результаты исследования. Учитывая, что динамические качества системы зависят от наличия или отсутствия упругой связи линии передачи, исследованию была подвергнута комбинированная система.

Поскольку точное аналитическое решение полученной системы нелинейных дифференциальных уравнений получить невозможно, проведено решение на электронной модели при гармоничном возбуждении.

По результатам исследований на электронной модели, с помощью системы компьютерного моделирования MatLab, трудно установить влияние соотношения различных параметров, при их возможных вариациях в большом диапазоне, на поведение самой системы, поскольку вопрос, поставленный таким образом, потребует значительного количества машинного времени. Поэтому проведено исследование системы при гармоничном возбуждении в ее линеаризованном виде.

Выводы. Сформирована математическая модель функционирования системы с электродинамической и упругой связью при гармоничном возбуждении. На основе проведенных исследований построена амплитудно-частотная характеристика системы, с помощью которой установлено соответствие результатов решения электронной (эталонной), построенной на базе MatLab, и аналитической моделей.

Ключевые слова: механическая система, электродинамическая муфта, упругая связь, амплитудно-частотная характеристика.